

Р. А. СИМОНОВ

ДРЕВНЕРУССКИЙ АБАК ДЛЯ ПЕРЕСЧЕТА НАТУРЫ НА ДЕНЬГИ

В юридическом памятнике Древней Руси — «Русской Правде» (РП), — сложившемся в X—XIII вв. [1, с. 169, 276—278], встречается 17 задач математического характера [2, с. 352—354, 377—380]. В задачах в качестве исходного берется определенное число сельскохозяйственных животных (овец, баранов, свиней, коз, коров, лошадей, пчел) и указывается, каким будет их количество через 9, 10 или 12 лет при определенном годичном приплоде. Для животных, их продукции (шерсти, масла, сыра, меда) сообщаются «штучные» цены и конечные стоимости. Древнерусская денежная система, употреблявшаяся в этих задачах (1 гривна кун = 20 ногатам = 50 резанам), примерно к XII в. вышла из употребления [3; 4; 5, с. 364—375]. Во второй части набора задач приводятся аналогичные данные о прибытке злаковых культур (пшеницы, ячменя, овса), но цены на них и общая стоимость не указываются.

Мнение историков, подготовивших полное академическое издание РП, таково, что 17 задач являются чужеродной вставкой в памятник [2, с. 39]. Аналогичной точки зрения придерживается крупный советский историк математики А. П. Юшкевич [6, с. 16]. В последнее издание РП арифметические задачи не включены [7, с. 46].

В. В. Бобынин первым из историков математики изучил эти задачи и отметил, что не для всех из них осуществима реконструкция расчета приплода и прибытка. Вместе с тем Бобынин заметил, что перевод натуры на деньги выполнялся в задачах почти безошибочно [8, с. 196—199]. Б. В. Гнеденко, опираясь на данные В. В. Бобынина и собственные исследования, пришел к выводу, что задачи «едва ли имели какое-либо практическое значение... Они удовлетворяли духовные интересы числолюбцев, в том числе интересы авторов указанных статей, их склонности к чистому расчету безотносительно к его хозяйственным применениям» [9, с. 20].

Важный результат в изучении задач РП получил Юшкевич, установивший, что в ряде случаев в основе подсчетов приплода сельскохозяйственных животных лежит сумма геометрической прогрессии со знаменателем 2. «Самое вычисление производилось здесь, надо думать, простым удвоением (выкладки этих статей вообще требовали, помимо сложений, умножения на 2 и на 6, деления на 20 и 50)» [10, с. 565]. Оставалось неясным, каким был метод счета древнерусских вычислителей. Возвращаясь к этому вопросу через 20 лет, А. П. Юшкевич отмечал: «Как вычисляли авторы математических статей „Правды Русской“, неизвестно» [6, с. 17].

В 1970 г. акад. Б. А. Рыбаков поставил вопрос о задачах по-новому — об их практическом использовании в качестве учебного средства для подготовки кадров государственного (княжеского) административно-хозяйственного аппарата — будущих тиунов и волостелей [11, с. 180]. Это позволило посмотреть на источник под углом зрения международной практики обучения пересчету натуры на деньги. В этой связи возникла идея об использовании на Руси именovanного абака [12—15]. Теперь она получила распространение в советской историографии [16, с. 112; 17, с. 259; 18, с. 20; 19]. Но каким конкретно был древнерусский абак и как производился на нем пересчет натуры на деньги, оставалось загадкой. Ниже дается решение этого вопроса на основе реконструкции абака, в котором следующим образом запрограммирована древнерусская денежная система: 1 гривна кун = 20 ногатам = 50 резанам:

50 тыс. гривен	о ооооо	Десятки тысяч гривен	
5 тыс. гривен	о ооооо	Тысячи гривен	Основная часть абака (для гривен кун)
500 гривен	о ооооо	Сотни гривен	
50 гривен	о ооооо	Десятки гривен	
5 гривен	о ооооо	Единицы гривен	
1/2 гривны	о ооооо	Пятки резан	Дополнительная часть абак для долей гривны
Ногата	о ооооо	Полурезаны	

Бытование на Руси и в соседней Литве абак с полуразрядными пятерками, каким он воспроизводился в настоящей статье, подтверждается «записью» числа 100 в соответствующей системе на пряслице XIII в. из Белоозера, а также изложением счета на абак в учебнике математики Я. Накциановича, изданном в 1759 г. в Вильно [19; 21].

Дополнительные арифметические задачи с данными о стоимости приплода от скота, пчел и соответствующей продукции содержат следующие цены: 1 резана, 10,15 (6 ногат), 30 резан, 1/2 гривны, 1, 2 и 3 гривны. Каким бы ни было число товара и стоимость (цена), результат (общая стоимость) на абак получается путем удвоения, раздвоения (для цены в полугривну) или утроения исходного числа товара. Итог «прочитывается» на абак в гривнах или в гривнах и резанах без предварительного перевода стоимости в резаны с последующим делением на 50 для получения числа гривен (частное) и резан (остаток). Эти арифметические операции как бы заложены в самой структуре абак, подобно тому как это происходит «внутри» современного компьютера (аналогия). В древности и средневековье «удвоение» и «раздвоение» были самостоятельными арифметическими действиями, с помощью которых умножали и делили [20, с. 60—61].

Пересчет натуры на деньги при помощи древнерусского абак производился путем «простого удвоения». Операция удвоения имеет элементарный арифметический смысл: если удвоить 5, получится 10; удвоить 6 — получится 12 и т. д. На древнерусском абак 5 можно изобразить двояко: например, в виде пяти простых разрядных счетных элементов (они на схеме абак обозначены кружками справа) или одним элементом — полуразрядной пятеркой (на схеме абак представлены кружками слева). Для выполнения операции удвоения на абак древнерусский вычислитель должен был обладать элементарным умением, а именно — знать, что удвоенная 1 равна 2, удвоенная 2 равна 4, удвоенная 3 равна 6, удвоенная 4 равна 8, что полуразрядная пятерка при удвоении будет равняться одной простой разрядной единице на вышерасположенном уровне. Например, 6 записывалось на абак одной полуразрядной пятеркой и одной простой единицей о о. При удвоении простая единица исходного уровня становилась двойной о→оо, полуразрядная пятерка превращалась в простую единицу вышерасположенного уровня.

Таким образом, происходило следующее «превращение» записи на абак:

о	о	о	Пятки резан
		оо	Полурезаны
Исходная запись числа 6		Удвоенное значение = 12	

Если каждый уровень абак правильно «программировался» в определенных денежных единицах (счетных или реальных), то при цене в 1, 10, 100 и т. д. резан автоматически получалась искомая стоимость путем простого удвоения первоначального количества товара. Например, 6 рун по цене в одну резану, указанной в древнерусских задачах РП, должны были стоить 6 резан. Так и получается на абак (см. колонку справа). Две простые единицы нижнего уровня, каждая по полурезане, будут равны одной резане. Единица вышерасположенного уровня равна пятке резан, вместе — 6 резан. Этот результат очевиден, на абак его не вычисляли, но он показателен для наглядного разъяснения сути древнерусского счета. Менее очевидно, сколько будет стоить 66 рун по той же цене (1 гривна 16 резан). Найдем результат на абак. Запишем исходный результат в виде двух шестерок друг над другом. Теперь последовательно будем производить удвоение, начиная с простых единиц.

Окончательно получится:

о	о	о	Единицы гривен
		ооо	Пятки резан
о	о	оо	Полурезаны
Исходная запись числа		Удвоенное значение	

В правой колонке автоматически выражается стоимость 66 рун в древнерусской денежной системе. Чтобы в этом убедиться, нужно учесть денежную «программируемость» уровней абака. Две простые единицы нижнего уровня, каждая по полурезане, будут равны одной резане. Три простые единицы на следующем уровне, каждая из которых обозначает 5 резан, будут равны 15 резанам. Вместе два нижних уровня дают 16 резан. На верхнем уровне расположена одна простая единица, равная одной гривне. Итак, стоимость 66 рун, получаемая на абаке, дает верный результат — 1 гривна 16 резан.

Рассмотрим более сложный пример о стоимости 66 баранов по цене в 10 резан, указанной в древнерусских задачах РП. Исходное число будет записываться на абаке, как и в предыдущем примере, двумя шестерками друг над другом. Найдем удвоенное значение исходного числа и перенесем его на один уровень выше по сравнению с предыдущим примером, так как цена барана в 10 раз больше руны (1 резана и 10 резан):

				о	Десятки гривен
				ooo	Единицы гривен
		о		oo	Пятки резан
о	о	ooo			Полурезаны
о	о	oo			
Исходная запись числа 66		Удвоенное значение	Удесятирение удвоенного значения		

66 баранов по цене 10 резан будут стоить 13 гривен и 10 резан. Убедимся, что именно такой результат автоматически получается в записи на абаке. Нижние две простые единицы, равные по отдельности пяти резанам, вместе дают 10 резан. На двух верхних рядах отложено 13 гривен. Итак, стоимость 66 баранов, получаемая на абаке, дает верный результат — 13 гривен 10 резан.

Несколько сложнее, но аналогично осуществляется пересчет натуры на деньги в случае цен в 3 резаны или 3 гривны, 6 ногат (15 резан) и т.д., требующих применения действия утроения (сложения исходного числа с удвоенным). Выполнение действия раздвоения на древнерусском абаке легко реконструируется на основе усвоения изложенных выше сведений.

*
* *

Пример из РП рассматривается ниже по данным задачи «О овцах»: 360 446 рун по цене в 1 резану стоят 7208 гривен и 46 резан.

Исходное число рун 360446		Удвоение дает результат 7208 гривен 46 резан		
ooo	о	о	oo	Тысячи гривен (7 тыс.)
о			oo	Сотни гривен (200)
Нет		Нет		Десятки гривен (нет)
oooo		о	ooo	Единицы гривен (8)
oooo		о	oooo	Пятки резан
				(25 + 4 × 5 = 45)
о	о	oo		Полурезаны (1/2 + 1/2 = 1)
				46 резан

Список литературы

1. Черепнин Л. В. Общественно-политические отношения в Древней Руси и «Русская Правда» // Новосельцев А. П., Пашуто В. Т., Черепнин Л. В., Шушарин В. П., Шапов Я. Н. Древнерусское государство и его международное значение. М., 1965.
2. Правда Русская / Под ред. акад. Б. Д. Грекова. Т. 1. Тексты. М., 1940.
3. Бауер Н. П. Денежный счет «Русской Правды» // Вспомогательные исторические дисциплины. М.; Л., 1937.
4. Янин В. Л. Денежно-весовые системы русского средневековья. Домонгольский период. М., 1956.
5. Янин В. Л. Русские денежные системы IX—XV вв. // Древняя Русь. Город, замок, село. М., 1985.
6. Юшкевич А. П. История математики в России до 1917 года. М., 1968.
7. Российское законодательство X—XX веков. Т. 1. Законодательство Древней Руси / Отв. ред. В. Л. Янин. М., 1984.
8. Бобынин В. В. Состояние математических знаний в России до XVI века // Журн. Мин-ва народного просвещения. Ч. 232. № 4. СПб., 1884.
9. Гнеденко Б. В. Очерки по истории математики в России. М.; Л., 1946.
10. Юшкевич А. П. О некоторых статьях «Правды Русской» // Тр. Института АН СССР. Т. II. М.; Л., 1948.

11. Рыбаков Б. А. Просвещение // Очерки русской культуры XIII—XIV веков. Ч. 2. Духовная культура. М., 1970.
12. Симонов Р. А. О методологии изучения математики Древней Руси // Сов. археология. 1970. № 3.
13. Симонов Р. А. Древнерусские математические знания и их значение для исторической науки: Автореф. дис. ... докт. ист. наук. М., 1973.
14. Симонов Р. А. О проблеме наглядно-инструментального счета в средневековой Руси // Сов. археология. 1975. № 3.
15. Симонов Р. А. Древнерусский абак // Тез. докл. сов. делегации на V Междунар. конгрессе славянской археологии. М., 1985.
16. Кузаков В. К. Очерки развития естественнонаучных и технических представлений на Руси в X—XVII вв. М., 1976.
17. Мавродин В. В. Научные знания // Советская историография Киевской Руси. Л., 1978.
18. Колычева Е. И. Мероприятия правительства по регламентации сеньориальной ренты и обычное право // Общество, государство, право России и других стран Европы. Норма и действительность. Ранний и развитый феодализм // Чтения, посвященные памяти академиков С. Д. Сказкина и Л. В. Черепнина: Тез. докл. и сообщ. М., 1983.
19. Виленик Б. Я. Новые доказательства существования русского арханческого абак // Сов. археология. 1984. № 3.
20. Беллюстин В. Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики / Под ред. А. П. Юшкевича. М., 1941.
21. Симонов Р. А. «Запись» чисел на древнерусском абак // Древняя Русь и славяне. М., 1978. С. 413—420.

Г. С. ЯБЛОНСКИЙ, Г. Г. ПОЛЯКОВ, Л. Н. РОМАНОВ (Новосибирск)

АНАЛИЗ СПРАВЕДЛИВОСТИ ПРОСТЕЙШИХ КИНЕТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ВАНТ-ГОФФА (Опыт ретрокинетики)

Классификация кинетических закономерностей была, как известно, дана в работе Вант-Гоффа «Очерки по химической динамике» (1884) [1]. Именно Вант-Гофф на основе собственного экспериментального материала и литературных данных выделил «нормальные» типы кинетики реакции («la transformation normale»), связав вид кинетической зависимости реакции с общим числом молекул, принимающих в ней участие. С этой точки зрения реакции могут быть разделены на моно-, би- и тримолекулярные (последние крайне редки). В работе Вант-Гоффа [1] приведен в виде таблиц тот экспериментальный материал, на основе которого получены его теоретические обобщения. Со времени опубликования этой работы техника описания экспериментальных данных существенно изменилась: теперь, как правило, используются ЭВМ. Цель настоящей работы — проанализировать, насколько точно Вант-Гофф описал использованные им экспериментальные данные (таблицы приведены по [1], см. Приложение)¹.

В качестве алгоритмов восстановления зависимостей нами выбраны методы быстрого упорядочения и быстрого скользящего контроля [2], которые позволяют не только уточнить параметры предварительно полученных зависимостей, но и найти ранее неизвестный вид зависимостей, удовлетворительно описывающих эксперимент. Такие методы дают ответ на вопрос, целесообразно ли дальнейшее усложнение найденных зависимостей. Более подробная характеристика дана в [2; 3].

Процедура, используемая в этих методах, состоит в следующем.

1. Измеряемая величина (концентрация титр) задается как полином от некоторой переменной. В данном случае это полином от времени либо от какой-то функции времени (при описании использовались экспоненциальные, дробно-рациональные, тригонометрические функции).

2. Далее одночлены выбранного полинома упорядочивались, определялось оптимальное число таких одночленов по критерию минимума среднего риска. Детальная характеристика использованных методов приведена в [2, 3]. Эти методы применены для восстановления кинетических зависимостей по данным, приведенным в книге Вант-Гоффа (см. таблицы Приложения): а) мономолекулярное превращение — разложение дибромантарной кислоты (табл. 1); кинетика превращения хлор-

¹ Роль классической книги Вант-Гоффа в общей истории химической кинетики отражена в [4—10]. Нас же интересует справедливость зависимостей Вант-Гоффа с точки зрения современной техники обработки эксперимента.